

Ejercicios Resueltos Tecnología 1 de Bachillerato 2026 / 2027

48 ejercicios con la solución explicada paso a paso, y la teoría de los 19 temas que trae esta selección.

Lo que vas a practicar

La gestión de un proyecto: el camino crítico y las holguras · Ordenar tareas, hallar la duración mínima y repartir las holguras (ejercicios 1, 2, 3)

El control de calidad: el muestreo, el rechazo y el coste de los fallos · Estimar defectuosas, comparar proveedores y poner precio a los fallos (ejercicios 4, 5, 6)

La expresión gráfica del proyecto: croquis, esquemas y diagramas funcionales · qué contesta cada documento gráfico de un proyecto (solo teoría)

La selección de un material técnico: la sección, la tensión y la masa · Tensión de trabajo, tensión admisible, sección necesaria y masa que resulta (ejercicios 7, 8, 9)

Fabricar un prototipo o fabricar una serie: el punto de equilibrio · Coste fijo, coste variable, coste unitario y el número de piezas que iguala dos procedimientos (ejercicios 10, 11, 12)

Los trenes de transmisión: la relación, el par y el rendimiento · Relación total de un tren, par ganado en un reductor y rendimientos que se multiplican (ejercicios 13, 14, 15)

Las uniones y los soportes: cómo se reparte el esfuerzo · Fuerza por tornillo, tensión en la sección y cuántos elementos hacen falta (ejercicios 16, 17)

El generador real de corriente continua: fuerza electromotriz y resistencia interna · Tensión en bornes, caída interna, potencias y rendimiento del generador (ejercicios 18, 19, 20)

El circuito de corriente continua: los nudos y las mallas · Resolver un circuito con dos generadores, leer una intensidad negativa y cuadrar las potencias (ejercicios 21, 22, 23)

El motor de corriente continua: par, potencia y rendimiento · Balance de potencias, par a partir de la velocidad angular y rendimiento (ejercicios 24, 25, 26)

La representación esquematizada de un circuito: los símbolos normalizados · qué dibuja cada símbolo y cómo se lee un esquema (solo teoría)

La programación textual: la traza de un programa modular · Seguir un programa línea a línea, encadenar funciones y ver hasta dónde llega una variable (ejercicios 27, 28, 29)

Las pruebas, la depuración y el número de operaciones · Contar ejecuciones para comparar dos soluciones y elegir los casos que delatan un fallo (ejercicios 30, 31)

Los sistemas de control: la ganancia y el error en régimen permanente · Calcular la salida y el error de

un lazo cerrado y ver hasta dónde sirve subir la ganancia (**ejercicios 32, 33, 34**)

La supervisión y la telemetría: el muestreo y el volumen de datos · Medidas por segundo, bytes guardados y lo que cabe por el enlace (**ejercicios 35, 36**)

La robótica: el movimiento de un robot de dos ruedas · Velocidad de cada rueda, velocidad del robot y radio de la curva (**ejercicios 37, 38, 39**)

Los sistemas de generación eléctrica y su rendimiento · Rendimiento de una cadena de conversión, potencia perdida y energía producida (**ejercicios 40, 41, 42**)

El consumo y el coste de la energía en una vivienda · Los dos términos de la factura, la comparación de tarifas y la potencia que se enciende a la vez (**ejercicios 43, 44, 45**)

Las energías renovables y la eficiencia de la envolvente · Producción fotovoltaica, autoconsumo y pérdidas por los cerramientos (**ejercicios 46, 47, 48**)

Material propio de solucionario.es. Los enunciados y las soluciones están escritos por nosotros. La versión al día, con más ejercicios y de todos los cursos, está siempre en:

solucionario.es

El contenido de esta página, y sus límites. La materia de 1º de Bachillerato se llama **Tecnología e Ingeniería I**, y es una de las materias que el Bachillerato de Ciencias y Tecnología ofrece a elegir en primero. ▲ No es «Tecnología y Digitalización», la de 1º a 3º de la ESO, ni «Tecnología», que es la de 4º: son materias distintas y con otros contenidos. El Real Decreto 243/2022 reparte sus saberes en **siete bloques**: proyectos, materiales y fabricación, sistemas mecánicos, sistemas eléctricos y electrónicos, programación, sistemas automáticos y tecnología sostenible. Esta página recorre los siete con lápiz, papel y calculadora: el **camino crítico** de un proyecto y el **control de calidad**; la **sección y la tensión admisible** al elegir un material y el **punto de equilibrio** entre fabricar una pieza suelta y fabricar una serie; los **trenes de transmisión** con su par y su rendimiento y el reparto del esfuerzo en las **uniones**; el **generador real** con su resistencia interna, el circuito resuelto por **nudos y mallas** y el **motor de corriente continua**; la **traza** de un programa modular y sus pruebas; la **ganancia y el error** de un lazo de control, la **telemetría** y el **robot de dos ruedas**; y el **rendimiento de la generación**, la factura eléctrica, la **instalación fotovoltaica** y las pérdidas por la **envolvente** de una vivienda. **Dos de los diecinueve temas llegan explicados y sin práctica**, porque ejercitarlos exige trazar algo y aquí no cabe ningún trazo: son **La expresión gráfica del proyecto: croquis, esquemas y diagramas funcionales** y **La representación esquematizada de un circuito: los símbolos normalizados**. La explicación se lee aquí; el trazo se hace delante del papel. **Queda fuera, por ser de Tecnología e Ingeniería II** (2º de Bachillerato): la corriente alterna y el triángulo de potencias, la electrónica digital con puertas lógicas y mapas de Karnaugh, las máquinas térmicas —motores térmicos, bomba de calor y máquina frigorífica—, la neumática y la hidráulica, y el cálculo de estructuras con sus cargas. ▲ Eso último conviene decirlo claro, porque circulan listas que lo sitúan en 1º: en el real decreto está en los saberes de segundo, no en los de primero. **Queda fuera, por ser de Dibujo Técnico**: los formatos normalizados, la acotación, las vistas y las escalas, todas ellas de Dibujo Técnico I, y las tolerancias dimensionales con el ajuste entre eje y agujero, que son de Dibujo Técnico II. **Y queda fuera, por estar ya en las páginas de la ESO**: la ley de Ohm junto al montaje en serie o en paralelo, que se suponen aprendidos y aparecen solo como instrumento; los mecanismos vistos como vueltas por minuto, que aquí se miran por el par y el rendimiento; la electrónica del diodo, el LED y el divisor de tensión; y las redes con sus direcciones. **Ningún precio, ninguna tarifa y ninguna velocidad de transmisión de estas páginas describe el mundo real**: todos van inventados, y así se hace constar donde se usan, para que el material no caduque. Es un apoyo con el que averiguar qué falla antes de un examen, y no ocupa el sitio del manual.

La gestión de un proyecto: el camino crítico y las holguras

Lo que hay que saber

Un proyecto se parte en **tareas**. De cada una se sabe cuánto dura y qué tareas tienen que estar acabadas antes de empezarla. A esas se las llama sus **precedentes**.

El **diagrama de Gantt** coloca cada tarea sobre una línea de tiempo, con su comienzo y su final. Sirve para ver de un vistazo qué se solapa con qué y qué está esperando.

Una **cadena** es una sucesión de tareas encadenadas por precedencia. Su duración es la suma de las duraciones. Y el proyecto no puede acabar antes que su cadena más larga.

Esa cadena más larga es el **camino crítico**. Marca la duración mínima del proyecto, y ninguna de sus tareas se puede retrasar sin retrasar el final.

La **holgura** de una cadena que no es la crítica es lo que se puede retrasar sin mover la fecha final. Sale de restar su duración a la del camino crítico.

▲ Acortar una tarea que no está en el camino crítico no adelanta el final del proyecto: solo agranda una holgura que ya sobraba.

- 1** Un equipo reparte un proyecto en cinco tareas. La tarea A dura 4 días; la B, 6; la C, 3; la D, 5; y la E, 2. La C no puede empezar hasta que termine la A. La D no puede empezar hasta que termine la B. Y la E necesita que estén acabadas la C y la D. (a) Halla la duración mínima del proyecto. (b) Di cuál es el camino crítico. (c) Calcula la holgura de la cadena que no es la crítica.

Solución

a) Hay dos cadenas que llegan al final. La primera es A, después C y después E: $4 + 3 + 2 = 9$ días. La segunda es B, después D y después E: $6 + 5 + 2 = 13$ días.

El proyecto no puede terminar antes que su cadena más larga, así que la duración mínima es de **13 días**.

b) El camino crítico es la cadena de 13 días: **B, D y E**. Ninguna de esas tres se puede retrasar sin mover la fecha final.

c) La cadena A, C, E tarda 9 días y dispone de 13. Su holgura es $13 - 9 = 4$ días, repartidos entre A y C.

Comprobación: sumando la holgura a la cadena corta tiene que salir la duración del proyecto, $9 + 4 = 13$. Si sale otra cosa, o la suma de una cadena está mal o se ha olvidado una precedencia.

- 2** Un proyecto tiene cuatro tareas. La P dura 5 días; la Q, 8; la R, 4; y la S, 6. La R va detrás de la P y la S va detrás de la Q. El proyecto termina cuando han terminado la R y la S. (a) Calcula la duración del proyecto. (b) Calcula la duración si la tarea Q se acorta hasta 5 días. (c) Calcula la duración si la Q se acorta hasta 1 día, y di qué le pasa al camino crítico.

Solución

a) La cadena P-R dura $5 + 4 = 9$ días. La cadena Q-S dura $8 + 6 = 14$ días. La duración del proyecto es la mayor: **14 días**.

b) Con la Q en 5 días, la cadena Q-S pasa a durar $5 + 6 = 11$ días. La P-R sigue en 9. El proyecto dura ahora **11 días**, y se ha ahorrado justo lo que se acortó la Q.

c) Con la Q en 1 día, la cadena Q-S dura $1 + 6 = 7$ días, menos que los 9 de la P-R. El proyecto dura **9 días** y el camino crítico ha cambiado: ahora es **P-R**.

▲ Una pista que avisa: en el apartado b el ahorro fue de 3 días por acortar 3, y en el c se acortaron 4

más y solo se ahorraron 2. Cuando el ahorro deja de seguir al recorte, es que la otra cadena ha pasado a mandar.

3

En un proyecto la tarea M dura 6 días, la N dura 3, la O dura 7 y la P dura 2. La N y la O no pueden empezar hasta que acabe la M, y la P necesita que estén acabadas las dos. (a) Halla la duración del proyecto y su camino crítico. (b) Calcula la holgura de la tarea N. (c) La tarea O se retrasa y pasa a durar 10 días: calcula la nueva duración y la nueva holgura de la N.

Solución

a) Las dos cadenas pasan por la M y por la P. La primera es M, N, P: $6 + 3 + 2 = 11$ días. La segunda es M, O, P: $6 + 7 + 2 = 15$ días. La duración es de **15 días** y el camino crítico es **M, O, P**.

b) La cadena de la N tarda 11 días y hay 15 disponibles, así que la holgura de la N es $15 - 11 = 4$ días.

c) Con la O en 10 días, la cadena crítica pasa a $6 + 10 + 2 = 18$ días. La cadena de la N sigue en 11, de modo que su holgura es ahora $18 - 11 = 7$ días.

Comprobación: el retraso de la O fue de 3 días, y tanto la duración como la holgura de la N han subido 3. Si solo hubiera subido una de las dos, habría un error en la cuenta.

El control de calidad: el muestreo, el rechazo y el coste de los fallos

Lo que hay que saber

En un control por muestreo se revisa una parte del lote. Se elige una muestra representativa y se cuentan sus piezas defectuosas. Otros controles revisan todas las piezas.

La proporción de piezas **defectuosas** de la muestra se extiende al lote entero multiplicándola por el número de piezas. Es una **estimación**, no un recuento.

Una pieza rechazada se **reprocesa**, si tiene arreglo, o se desecha. Cada salida tiene su coste, y no es el mismo.

El **coste de la no calidad** junta lo que cuesta comprobar y lo que cuesta que una pieza mala llegue al cliente. Comparar esas dos cantidades es lo que decide cuánto se comprueba.

Al comparar dos proveedores, lo que se mira es el **coste por pieza buena**, no el precio de catálogo ni la proporción de defectuosas por separado.

▲ Una muestra pequeña puede dar cero defectuosas y el lote tenerlas. Que la muestra salga limpia no demuestra que el lote lo esté.

4

De un lote de 2.400 piezas se toma una muestra de 150, que representa una parte pequeña del lote, y se encuentran 6 defectuosas. (a) Calcula la proporción de defectuosas de la muestra, en tanto por ciento. (b) Estima cuántas defectuosas hay en el lote entero. (c) Comprobar una pieza cuesta 0,30 € y que una defectuosa llegue al cliente cuesta 45 €. Los dos precios están inventados para poder operar. Compara lo que cuesta comprobarlas todas con lo que cuesta no comprobar ninguna.

Solución

a) La proporción es $6 \div 150 = 0,04$, es decir, un **4 %** de la muestra.

b) Extendiendo esa proporción al lote: $0,04 \times 2.400 = 96$ **piezas defectuosas** estimadas.

c) Comprobarlas todas cuesta $2.400 \times 0,30 = 720$ €. No comprobar ninguna deja pasar las 96, y eso cuesta $96 \times 45 = 4.320$ €. La diferencia a favor de comprobar es de $4.320 - 720 = 3.600$ €.

▲ El 96 es una estimación, no un recuento: sale de suponer que el lote se porta como la muestra. Con otra muestra de 150 podrían salir 5 o 7 defectuosas, y la estimación cambiaría.

5

Un lote de 5.000 piezas tiene un 3 % de defectuosas. Dos de cada tres defectuosas se reprocesan, y cada reproceso cuesta 1,20 €. La tercera parte restante se desecha, y cada pieza desechada supone una pérdida de 4,50 €. Los dos precios están inventados. (a) Calcula cuántas piezas son defectuosas. (b) Calcula el coste del reprocesado. (c) Calcula el coste total de la no calidad y lo que supone por pieza del lote.

Solución

- a) El 3 % de 5.000 es $0,03 \times 5.000 = 150$ piezas defectuosas.
- b) Se reprocesan dos tercios: $150 \times 2 \div 3 = 100$ piezas. El coste es $100 \times 1,20 = 120$ €.
- c) Se desecha el tercio restante: $150 \div 3 = 50$ piezas, que cuestan $50 \times 4,50 = 225$ €. El total es $120 + 225 = 345$ €, que repartido entre las 5.000 piezas del lote sale a $345 \div 5.000 = 0,069$ € por pieza.
- Comprobación: las piezas reprocesadas y las desechadas tienen que sumar las defectuosas, $100 + 50 = 150$. Si no suman, el reparto en tercios está mal hecho.

6

Dos proveedores venden la misma pieza. El proveedor A sirve un 4 % de defectuosas a 2,40 € la pieza. El proveedor B sirve un 10 % de defectuosas a 2,16 € la pieza. Los dos precios están inventados. Se compran 1.250 piezas a cada uno y las defectuosas se desechan. (a) Calcula cuántas piezas buenas salen de cada compra. (b) Calcula el coste de cada compra y el coste por pieza buena. (c) Di cuál sale más barato y explica el resultado.

Solución

- a) Del proveedor A se estropea el 4 %: $0,04 \times 1.250 = 50$ piezas, y quedan buenas $1.250 - 50 = 1.200$. Del B se estropea el 10 %: $0,10 \times 1.250 = 125$ piezas, y quedan buenas **1.125**.
- b) La compra al A cuesta $1.250 \times 2,40 = 3.000$ €. Entre sus 1.200 piezas buenas sale a $3.000 \div 1.200 = 2,50$ € por pieza buena. La compra al B cuesta $1.250 \times 2,16 = 2.700$ €. Entre sus 1.125 buenas sale a $2.700 \div 1.125 = 2,40$ € por pieza buena.
- c) Sale más barato el **proveedor B**, aunque sirva más del doble de defectuosas. Su precio es lo bastante más bajo como para pagar el desperdicio y seguir por debajo.
- ▲ El resultado cambia si la pieza defectuosa cuesta algo más que su precio de compra, por ejemplo si hay que desmontarla ya instalada. Entonces la comparación hay que rehacerla sumando ese coste.

La expresión gráfica del proyecto: croquis, esquemas y diagramas funcionales

Lo que hay que saber

Un proyecto se documenta con dibujos de tres clases, y cada uno contesta una pregunta distinta. Confundir uno con otro deja el documento inservible para aquello que se pedía.

El **croquis** se traza a mano alzada, sin instrumentos, y sin escala. Lleva las medidas anotadas. Su trabajo es fijar una idea de prisa, delante de la pieza o delante del compañero.

El **plano** de taller va a escala, acotado y con líneas normalizadas. Con él se fabrica la pieza, y aprender a trazarlo corresponde a Dibujo Técnico.

El **esquema** no dibuja las piezas como son: las sustituye por **símbolos** y las une con trazos. Contesta qué está conectado con qué, no dónde está colocado cada componente.

El **diagrama funcional** es todavía más abstracto. Cada caja es una función del conjunto y cada flecha es lo que pasa de una caja a otra: materia, energía o información.

El **CAD** guarda el modelo con medidas exactas y con **restricciones**. Al programa se le impone que dos caras queden paralelas o que un agujero tenga 12 mm. Esa condición sigue cumpliéndose aunque luego cambie cualquier otra medida.

El **CAE** calcula sobre ese mismo modelo antes de fabricar nada: cómo se deforma, cómo se calienta, cómo circula un fluido. Es simulación, y por tanto vale lo que valgan sus datos de partida.

El **CAM** traduce el modelo a órdenes de máquina: trayectorias, velocidades y herramientas. De ahí sale el programa que ejecuta el taller.

- Este tema **no trae ejercicios**, y la razón es que sus tres documentos consisten en trazos. Poner por escrito cómo son dejaría resuelto de antemano lo que se pretendía evaluar, y encargar que se tracen exige alguien delante que los mire.

La selección de un material técnico: la sección, la tensión y la masa

Lo que hay que saber

Elegir material no es elegir el más resistente. Es comparar lo que pide la pieza con lo que ofrecen los candidatos, y ninguno gana en todo a la vez.

La **tensión de trabajo** de una pieza estirada o comprimida por una fuerza es la fuerza dividida entre la **sección**. Con la fuerza en newton y la sección en milímetros cuadrados, sale en newton por milímetro cuadrado.

El material no se lleva hasta su límite. La **tensión admisible** es ese límite dividido entre el **coeficiente de seguridad**, que se fija según lo que pase si la pieza falla.

La pieza vale si su tensión de trabajo no pasa de la admisible. Y si no vale, hay dos salidas: agrandar la sección o cambiar de material.

La **masa** de la pieza sale del volumen multiplicado por la masa de cada unidad de volumen. Un **material compuesto** junta fibras resistentes con una matriz que las sujeta, y suele ganar por ahí: aguanta parecido pesando bastante menos.

- ▲ Dos materiales pueden salir iguales en resistencia y muy distintos en masa o en precio. Por eso la comparación se hace pieza terminada: sección necesaria, masa que resulta y coste que sale.

7

Una barra de sección rectangular de 20 mm por 15 mm soporta una fuerza de 24.000 N en el sentido de su eje. (a) Calcula la sección, en milímetros cuadrados. (b) Calcula la tensión de trabajo, en newton por milímetro cuadrado. (c) El material tiene un límite de 240 N por milímetro cuadrado y se exige un coeficiente de seguridad de 3: di si la barra vale.

Solución

a) La sección de un rectángulo es el producto de sus dos lados: $20 \times 15 = 300 \text{ mm}^2$.

b) La tensión de trabajo es la fuerza dividida entre la sección: $24.000 \div 300 = 80 \text{ N por milímetro cuadrado}$.

c) La tensión admisible es el límite dividido entre el coeficiente de seguridad: $240 \div 3 = 80 \text{ N por milímetro cuadrado}$. La de trabajo vale exactamente lo mismo, así que la barra **cumple, pero justo en el límite y sin margen**.

Comprobación: deshaciendo la división, $80 \times 300 = 24.000 \text{ N}$, que es la fuerza del enunciado. Si no se recupera, el fallo está en la sección o en la división.

8

Una pieza ocupa 1.500 cm^3 . Se puede fabricar con tres materiales. El material A tiene 2,7 g por centímetro cúbico y cuesta 4,00 € el kilogramo. El B tiene 7,8 g por centímetro cúbico y cuesta 1,20 € el kilogramo. El C tiene 1,5 g por centímetro cúbico y cuesta 9,00 € el kilogramo. Los tres precios están inventados. (a) Halla la masa que tendría la pieza con cada uno, en kilogramos. (b) Halla lo que costaría el material en cada caso. (c) Di cuál da la pieza más ligera y cuál la más barata.

Solución

a) Se multiplica el volumen por lo que pesa cada centímetro cúbico. Con el A: $1.500 \times 2,7 = 4.050 \text{ g} = 4,05 \text{ kg}$. Con el B: $1.500 \times 7,8 = 11.700 \text{ g} = 11,7 \text{ kg}$. Con el C: $1.500 \times 1,5 = 2.250 \text{ g} = 2,25 \text{ kg}$.

b) El coste es la masa en kilogramos por el precio del kilogramo. Con el A: $4,05 \times 4,00 = 16,20 \text{ €}$. Con el B: $11,7 \times 1,20 = 14,04 \text{ €}$. Con el C: $2,25 \times 9,00 = 20,25 \text{ €}$.

c) La más ligera es la del **material C**, con 2,25 kg. La más barata es la del **material B**, con 14,04 €. Ninguno gana en las dos cosas.

Comprobación: el material B es casi tres veces más pesado que el A y su pieza cuesta menos, porque su precio por kilogramo es tres veces menor. Si saliera a la vez más pesado y más barato con el mismo precio, habría un error.

9

Una pieza soporta una fuerza de 30.000 N con un coeficiente de seguridad de 2. Se fabrica como una barra de 500 mm de longitud. El material P tiene un límite de 300 N por milímetro cuadrado y 7,5 g por centímetro cúbico. El material Q tiene un límite de 150 N por milímetro cuadrado y 2,5 g por centímetro cúbico. (a) Calcula la sección necesaria con cada material. (b) Calcula la masa de la barra en cada caso. (c) Di cuál conviene si lo que importa es el peso.

Solución

a) La tensión admisible del P es $300 \div 2 = 150 \text{ N por milímetro cuadrado}$, así que su sección es $30.000 \div 150 = 200 \text{ mm}^2$. La del Q es $150 \div 2 = 75$, y su sección, $30.000 \div 75 = 400 \text{ mm}^2$.

b) El volumen de la barra de P es $200 \times 500 = 100.000 \text{ mm}^3$, o sea 100 cm^3 . Su masa vale $100 \times 7,5 = 750 \text{ g}$. El volumen de la de Q es $400 \times 500 = 200.000 \text{ mm}^3$, o sea 200 cm^3 . Su masa vale $200 \times 2,5 = 500 \text{ g}$.

c) Conviene el **material Q**: necesita el doble de sección y aun así la barra pesa 250 g menos, porque cada centímetro cúbico suyo pesa tres veces menos.

▲ El Q gana en masa, no en tamaño: su barra ocupa el doble de volumen. Si el sitio donde va la pieza está contado, esa ventaja puede no servir.

Fabricar un prototipo o fabricar una serie: el punto de equilibrio

Lo que hay que saber

Hacer una pieza suelta y hacer mil no se hacen igual, y el motivo es de coste, no de técnica.

El **coste fijo** es lo que se paga una vez: el molde, el **utillaje**, la programación de la máquina. No cambia aunque se fabriquen dos piezas o dos mil.

El **coste variable** es lo que cuesta cada unidad: material, energía y tiempo de máquina. El coste total es el fijo más el variable multiplicado por el número de piezas.

El **coste unitario** es el total dividido entre el número de piezas. Cuanto mayor es la serie, más se reparte el coste fijo y menos pesa en cada pieza.

El **punto de equilibrio** entre dos procedimientos es el número de piezas para el que los dos cuestan lo mismo. Por debajo conviene el de coste fijo pequeño, y por encima, el otro.

▲ El punto de equilibrio solo compara dinero. No dice nada del plazo de entrega, del acabado ni de si el molde servirá para la siguiente versión de la pieza.

- 10** Una pieza se puede fabricar de dos maneras. La primera no tiene coste fijo y cuesta 18 € cada pieza. La segunda exige un molde de 4.500 € y después cuesta 3 € cada pieza. Los tres importes están inventados. (a) Calcula el coste de 100 piezas con cada manera. (b) Calcula el punto de equilibrio. (c) Di cuál conviene para 400 piezas, con las dos cuentas hechas.

Solución

a) Con la primera: $100 \times 18 = 1.800$ €. Con la segunda: $4.500 + 100 \times 3 = 4.500 + 300 = 4.800$ €.

b) El punto de equilibrio iguala los dos costes: $18 \times n = 4.500 + 3 \times n$. Pasando los términos con n a un lado, $15 \times n = 4.500$, de donde $n = 300$ piezas.

c) Para 400 piezas, la primera cuesta $400 \times 18 = 7.200$ € y la segunda, $4.500 + 400 \times 3 = 5.700$ €. Conviene la **segunda**, que ahorra $7.200 - 5.700 = 1.500$ €.

Comprobación: en el punto de equilibrio ambas maneras han de arrojar el mismo importe. Con 300 piezas, $300 \times 18 = 5.400$ € por un lado y $4.500 + 900 = 5.400$ € por el otro. Si discreparan, la ecuación estaría mal despejada.

- 11** Un molde cuesta 4.500 € y cada pieza fabricada con él cuesta 3 €. Los dos importes están inventados. Calcula el coste unitario de la pieza para tres tamaños de serie: (a) 300 piezas; (b) 1.500 piezas; (c) 4.500 piezas.

Solución

a) El coste total es $4.500 + 300 \times 3 = 4.500 + 900 = 5.400$ €, y el unitario, $5.400 \div 300 = 18$ € por pieza.

b) El total es $4.500 + 1.500 \times 3 = 4.500 + 4.500 = 9.000$ €, y el unitario, $9.000 \div 1.500 = 6$ € por pieza.

c) El total es $4.500 + 4.500 \times 3 = 4.500 + 13.500 = 18.000$ €, y el unitario, $18.000 \div 4.500 = 4$ € por pieza.

▲ El coste unitario baja deprisa al principio y luego se frena: de 18 a 6 hay doce euros, y de 6 a 4 solo dos. Por mucho que crezca la serie, nunca baja de los 3 € del coste variable.

12

Un taller compara dos procedimientos. El primero exige un utillaje de 7.200 € y después cuesta 2,50 € cada pieza. El segundo no tiene coste fijo y cuesta 11,50 € cada pieza. Los tres importes están inventados. (a) Calcula el punto de equilibrio. (b) Calcula el ahorro del procedimiento que convenga para una serie de 1.200 piezas. (c) Haz las dos cuentas para una serie de 500 piezas.

Solución

a) Se igualan los dos costes: $7.200 + 2,50 \times n = 11,50 \times n$. Restando, $7.200 = 9 \times n$, de donde $n =$ **800 piezas**.

b) Con 1.200 piezas, el primero cuesta $7.200 + 1.200 \times 2,50 = 10.200$ €. El segundo cuesta $1.200 \times 11,50 = 13.800$ €. Conviene el primero, con un ahorro de **3.600 €**.

c) Con 500 piezas, el primero cuesta $7.200 + 500 \times 2,50 = 7.200 + 1.250 = 8.450$ €, y el segundo, $500 \times 11,50 = 5.750$ €. Aquí el del utillaje cuesta **2.700 € más**, porque 500 está por debajo del punto de equilibrio.

Comprobación: con 800 piezas los dos tienen que costar lo mismo, $7.200 + 2.000 = 9.200$ € y $800 \times 11,50 = 9.200$ €. Si no cuadra, el punto de equilibrio está mal.

Los trenes de transmisión: la relación, el par y el rendimiento

Lo que hay que saber

En una etapa de ruedas dentadas, la velocidad de la conducida se deduce de la que lleva la conductora. Basta multiplicarla por el cociente entre los **dientes** de la conductora y los de la conducida.

Cuando el **tren** encadena varias etapas, esa misma regla se repite en cada una. La **relación de transmisión** total se obtiene multiplicando entre sí las de todas ellas, y dice cuántas veces se reduce o se multiplica el giro.

El par mide el efecto de giro de una fuerza. Su unidad es el newton metro, $N \times m$: fuerza multiplicada por distancia. La potencia del eje es el par por su velocidad angular, expresada en radianes por segundo.

Si la potencia se conservara entera, reducir la velocidad a la mitad doblaría el par. Esa es la idea de un reductor: lo que se pierde en vueltas se gana en esfuerzo.

Pero cada etapa tiene su **rendimiento**, y los rendimientos de una cadena **se multiplican**: no se suman ni se promedian. La potencia que sale es la que entra por ese producto.

▲ El rendimiento reduce el par que llega a la carga. Pedir el par ideal sin contar pérdidas puede dejar potencia insuficiente. El dimensionado del eje exige además considerar las cargas y el margen de seguridad.

13

El eje de entrada de un reductor da 1.440 vueltas por minuto, y su giro atraviesa dos parejas de ruedas dentadas. La pareja de entrada la forman una rueda de 18 dientes y otra de 54. Sobre el eje de esa rueda de 54 va montada una tercera, con 20 dientes. Esa tercera mueve una cuarta rueda, de 60, alojada en el eje de salida. (a) Halla el giro del eje intermedio. (b) Halla el del eje de salida. (c) Halla cuántas veces reduce el conjunto.

Solución

a) Cada pareja multiplica el giro que recibe por los dientes de su rueda motriz y lo divide entre los de la arrastrada: $1.440 \times 18 \div 54 =$ **480 vueltas por minuto** en el eje intermedio.

b) La segunda pareja repite la operación sobre ese giro: $480 \times 20 \div 60 =$ **160 vueltas por minuto** en el eje de salida.

c) Reduce tantas veces como indica el cociente $1.440 \div 160 =$ **9**.

Comprobación: cada pareja reduce 3 veces, y $3 \times 3 = 9$. Si el producto de las dos parejas no coincidiera con el cociente entre los giros de entrada y salida, alguna pareja estaría puesta del revés.

14

Un motor entrega un par de $3 \text{ N} \times \text{m}$ girando a 1.500 vueltas por minuto. Se le acopla un reductor de relación 5, de modo que la salida gira cinco veces más despacio. El rendimiento del reductor es del 90 %. (a) Halla a cuántas vueltas por minuto queda el eje de salida. (b) Halla el par que daría sin pérdidas. (c) Halla el par que da de verdad.

Solución

- a) El eje de salida va cinco veces más despacio: $1.500 \div 5 = \mathbf{300 \text{ vueltas por minuto}}$.
- b) Sin pérdidas, lo que se pierde en velocidad se gana en par, de modo que el par se multiplica por la relación: $3 \times 5 = \mathbf{15 \text{ N} \times \text{m}}$.
- c) El rendimiento rebaja ese par ideal: $15 \times 0,90 = \mathbf{13,5 \text{ N} \times \text{m}}$.
- ▲ El par aumenta a costa de la velocidad. En este caso solo llegan $13,5 \text{ N} \times \text{m}$ a la carga. Una carga que necesite $15 \text{ N} \times \text{m}$ no podría trabajar en estas condiciones.

15

Un motor entrega 2.200 W a una cadena de tres etapas. La primera tiene un rendimiento del 96 %, la segunda del 90 % y la tercera del 85 %. (a) Calcula el rendimiento total de la cadena, en tanto por ciento. (b) Calcula la potencia útil que sale al final. (c) Calcula la potencia que se pierde por el camino.

Solución

- a) Los rendimientos de una cadena se multiplican: $0,96 \times 0,90 \times 0,85 = 0,7344$, o sea un **73,44 %**.
- b) La potencia útil es la de entrada por el rendimiento total: $2.200 \times 0,7344 = \mathbf{1.615,68 \text{ W}}$.
- c) Lo perdido es la diferencia: $2.200 - 1.615,68 = \mathbf{584,32 \text{ W}}$.
- Comprobación etapa por etapa: tras la primera quedan $2.200 \times 0,96 = 2.112 \text{ W}$; tras la segunda, $2.112 \times 0,90 = 1.900,8 \text{ W}$; y tras la tercera, $1.900,8 \times 0,85 = 1.615,68 \text{ W}$. Coincide con el apartado b. Si no coincidiera, los rendimientos se habrían sumado o promediado en vez de multiplicarse.

Las uniones y los soportes: cómo se reparte el esfuerzo

Lo que hay que saber

Una unión **desmontable** se deshace sin romper nada: el tornillo con su tuerca, el pasador, la chaveta. Una unión **fija** no: el **remache**, la soldadura, el pegado.

Cuando dos chapas solapadas tiran en sentidos contrarios, el elemento que las une queda cortado por el **plano de separación** de las dos chapas. Ese es el esfuerzo que hay que calcular.

Con varios elementos iguales y bien repartidos, la fuerza se distribuye por igual entre todos. A cada uno le corresponde la fuerza total partida entre el número de ellos.

La tensión en cada uno es lo que le toca dividido entre el área de su sección. Se compara con la admisible del material, igual que en cualquier otra pieza.

Para saber cuántos hacen falta se da la vuelta a la cuenta: cada elemento aguanta su tensión admisible por su sección, y el número sale de dividir la fuerza total entre eso, redondeando hacia arriba.

▲ El reparto por igual supone que todos los elementos son iguales y están bien colocados. Si uno queda desalineado, recibe más que su parte y es el primero en ceder.

16

Dos chapas solapadas se unen con 4 tornillos iguales y bien repartidos, y tiran una de otra con una fuerza de 18.000 N. Cada tornillo tiene una sección de 50 mm^2 . (a) Calcula la fuerza que le toca a cada tornillo. (b) Calcula la tensión en la sección de cada uno. (c) El material del tornillo admite 120 N por milímetro cuadrado: calcula cuántos tornillos harían falta como mínimo.

Solución

- a) La fuerza se reparte por igual entre los cuatro: $18.000 \div 4 = 4.500 \text{ N por tornillo}$.
- b) La tensión es lo que le toca dividido entre su sección: $4.500 \div 50 = 90 \text{ N por milímetro cuadrado}$.
- c) Cada tornillo aguanta $120 \times 50 = 6.000 \text{ N}$. Para los 18.000 N hacen falta $18.000 \div 6.000 = 3$ tornillos.

Comprobación: con 3 tornillos le tocan $18.000 \div 3 = 6.000 \text{ N}$ a cada uno. La tensión sale entonces $6.000 \div 50 = 120 \text{ N por milímetro cuadrado}$, justo la admisible. Si saliera por encima, el número mínimo estaría mal redondeado.

17

Una unión solapada lleva 6 remaches iguales y transmite una fuerza de 27.000 N repartida por igual. Cada remache tiene una sección de 25 mm^2 . (a) Calcula la fuerza que soporta cada remache. (b) Calcula la tensión en cada uno. (c) El material admite $150 \text{ N por milímetro cuadrado}$: calcula cuántos remaches harían falta.

Solución

- a) $27.000 \div 6 = 4.500 \text{ N por remache}$.
- b) $4.500 \div 25 = 180 \text{ N por milímetro cuadrado}$, que está por encima de lo que admite el material.
- c) Cada remache aguanta $150 \times 25 = 3.750 \text{ N}$. El cociente $27.000 \div 3.750 = 7,2$ obliga a poner **8 remaches**: con 7 no llega, y el número ha de ser entero.

▲ Aquí el redondeo va siempre hacia arriba, aunque el sobrante sea pequeño. Con 7 remaches el conjunto solo aguantaría $7 \times 3.750 = 26.250 \text{ N}$, menos que los 27.000 que hay que transmitir.

El generador real de corriente continua: fuerza electromotriz y resistencia interna

Lo que hay que saber

Un generador de verdad no entrega toda la tensión que promete. Una parte se queda dentro, consumida por su propia resistencia.

La **fuerza electromotriz** es la tensión que daría si no circulase corriente. Se representa con la letra griega épsilon. Y la **resistencia interna** es la del propio generador, que también está en el camino de la corriente.

La **tensión en bornes** es lo que queda para el circuito: la fuerza electromotriz menos la caída dentro. Es decir, $U = \varepsilon - I \times R_i$, con la caída interna en voltios.

Cuanta más corriente pide el circuito, más cae dentro y menos queda fuera. Por eso la tensión medida con el circuito abierto y con el circuito cerrado no coinciden.

La potencia total que mueve el generador es $\varepsilon \times I$. La que entrega es $U \times I$, y la diferencia se disipa dentro. El **rendimiento del generador** es el cociente entre la tensión en bornes y la fuerza electromotriz.

▲ De los cursos anteriores se trae ya aprendida la relación $V = I \times R$ entre tensión, intensidad y resistencia. La novedad no está en esa relación: está en que el propio generador ofrece resistencia al paso de la corriente.

18

Un generador de $12,5 \text{ V}$ de fuerza electromotriz tiene una resistencia interna de $0,5 \Omega$ y alimenta un receptor de $4,5 \Omega$. (a) Calcula la intensidad del circuito. (b) Calcula la tensión en bornes del generador. (c) Calcula su rendimiento.

Solución

- a) La resistencia total del camino es la interna más la del receptor: $0,5 + 4,5 = 5 \Omega$. La intensidad es $12,5 \div 5 = 2,5 \text{ A}$.
- b) La caída dentro del generador vale $2,5 \times 0,5 = 1,25 \text{ V}$, así que en bornes quedan $12,5 - 1,25 =$

11,25 V.

c) El rendimiento es la tensión en bornes dividida entre la fuerza electromotriz: $11,25 \div 12,5 = 0,9$, o sea un **90 %**.

Comprobación por el otro camino: la tensión en bornes tiene que ser la del receptor, $2,5 \times 4,5 = 11,25$ V. Coincide. Si no coincidiera, la resistencia interna se habría dejado fuera de la suma.

19

De un generador se toman dos medidas. Cuando entrega 1 A, en sus bornes hay 11,8 V. Cuando entrega 3 A, hay 11,4 V. (a) Calcula su resistencia interna. (b) Calcula su fuerza electromotriz. (c) Calcula la tensión en bornes cuando entregue 5 A.

Solución

a) En los dos casos vale $U = \varepsilon - I \times R_i$. Restando la segunda medida de la primera se va la fuerza electromotriz: $11,8 - 11,4 = 0,4$ V de diferencia, causada por $3 - 1 = 2$ A de diferencia. La resistencia interna es $0,4 \div 2 = \mathbf{0,2 \Omega}$.

b) Con la primera medida: $11,8 = \varepsilon - 1 \times 0,2$, de donde $\varepsilon = 11,8 + 0,2 = \mathbf{12 \text{ V}}$.

c) Con 5 A: $U = 12 - 5 \times 0,2 = 12 - 1 = \mathbf{11 \text{ V}}$.

Comprobación con la segunda medida, que no se ha usado para despejar: $12 - 3 \times 0,2 = 12 - 0,6 = 11,4$ V, que es justo lo medido. Si diera otra cosa, la resta de las dos ecuaciones estaría mal.

20

Una batería de 12,5 V de fuerza electromotriz y $0,05 \Omega$ de resistencia interna alimenta un motor que absorbe 50 A. (a) Calcula la caída de tensión dentro de la batería. (b) Calcula la tensión en bornes. (c) Calcula la potencia que se pierde dentro, la potencia total y el rendimiento.

Solución

a) La caída interna es la intensidad por la resistencia interna: $50 \times 0,05 = \mathbf{2,5 \text{ V}}$.

b) En bornes quedan $12,5 - 2,5 = \mathbf{10 \text{ V}}$.

c) La potencia perdida dentro es la intensidad al cuadrado por la resistencia interna: $50 \times 50 \times 0,05 = \mathbf{125 \text{ W}}$. La total que mueve la batería es $12,5 \times 50 = \mathbf{625 \text{ W}}$, y la entregada, $10 \times 50 = 500 \text{ W}$. El rendimiento es $500 \div 625 = 0,8$, o sea un **80 %**.

▲ Una intensidad grande castiga mucho el rendimiento, porque la pérdida crece con el cuadrado de la intensidad. Con 25 A la pérdida sería $25 \times 25 \times 0,05 = 31,25 \text{ W}$, la cuarta parte.

El circuito de corriente continua: los nudos y las mallas

Lo que hay que saber

Un **nudo** es un punto donde se juntan tres conductores o más. Allí, las intensidades que llegan suman tanto como las que se marchan.

Una **mall**a es un camino cerrado dentro del circuito. Al recorrerla del todo, lo que la tensión sube y lo que baja se compensan exactamente.

Con esas dos reglas se resuelve un circuito que no admite reducirse a series y paralelos, como el que lleva dos generadores en ramas distintas.

El método es fijo: se elige un sentido para la intensidad de cada rama, se escribe la ecuación del nudo y una ecuación por malla, y se resuelve el sistema.

Una intensidad que sale **negativa** circula al revés de como se había supuesto. El valor absoluto es correcto, y el signo solo corrige la suposición de partida.

▲ La comprobación que cierra el problema: la potencia que dan los generadores tiene que ser la que consumen las resistencias. Un generador recorrido al revés no da potencia, la recibe.

21

Un circuito tiene tres ramas entre los mismos dos nudos. La primera lleva un generador de 10 V con una resistencia de $2\ \Omega$. La segunda lleva un generador de 4 V con una resistencia de $1\ \Omega$. Está situado de manera que impulsa la corriente hacia el mismo lado que el primero. La tercera lleva solo una resistencia de $2\ \Omega$. (a) Plantea las ecuaciones y halla la intensidad de la tercera rama. (b) Halla las intensidades de las otras dos. (c) Explica el signo obtenido.

Solución

a) Se llaman I_1 e I_2 a las intensidades de las ramas con generador, e I_3 a la de la tercera. El nudo da entonces $I_3 = I_1 + I_2$. Cada malla iguala la tensión entre los nudos: $10 - 2 \times I_1 = 2 \times I_3$ y $4 - 1 \times I_2 = 2 \times I_3$.

De la primera, $I_1 = 5 - I_3$. De la segunda, $I_2 = 4 - 2 \times I_3$. Sustituyendo en el nudo: $I_3 = 9 - 3 \times I_3$, o sea $4 \times I_3 = 9$ e $I_3 = \mathbf{2,25\ A}$.

b) $I_1 = 5 - 2,25 = \mathbf{2,75\ A}$ e $I_2 = 4 - 2 \times 2,25 = 4 - 4,5 = \mathbf{-0,5\ A}$.

c) El signo menos dice que por la segunda rama la corriente circula al revés de lo supuesto: el generador de 4 V no está entregando corriente, la está recibiendo, porque el de 10 V impone una tensión mayor entre los nudos.

Comprobación por las potencias: el generador de 10 V aporta $10 \times 2,75 = 27,5\ \text{W}$. Disipan calor las tres resistencias: la primera, $2 \times (2,75)^2 = 15,125\ \text{W}$; la segunda, $1 \times (0,5)^2 = 0,25\ \text{W}$; y la tercera, $2 \times (2,25)^2 = 10,125\ \text{W}$. Y el generador de 4 V absorbe $4 \times 0,5 = 2\ \text{W}$. El reparto suma $15,125 + 0,25 + 10,125 + 2 = 27,5\ \text{W}$, justo lo aportado.

22

Un generador de 24 V lleva en serie una resistencia de $1,2\ \Omega$. Detrás de ella alimenta dos resistencias puestas en paralelo, de $8\ \Omega$ y de $12\ \Omega$. (a) Halla la resistencia que equivale al paralelo y la del circuito completo. (b) Halla la intensidad total y la que lleva cada rama. (c) Comprueba lo obtenido con la regla del nudo y con el balance de potencias.

Solución

a) El paralelo equivale a $8 \times 12 \div (8 + 12) = 96 \div 20 = \mathbf{4,8\ \Omega}$. Sumando la de la serie, el circuito entero vale $1,2 + 4,8 = \mathbf{6\ \Omega}$.

b) La intensidad total es $24 \div 6 = \mathbf{4\ A}$. La tensión del conjunto en paralelo es $4 \times 4,8 = 19,2\ \text{V}$. Por la rama de $8\ \Omega$ pasan $19,2 \div 8 = \mathbf{2,4\ A}$. Y por la de $12\ \Omega$, $19,2 \div 12 = \mathbf{1,6\ A}$.

c) Regla del nudo: $2,4 + 1,6 = 4\ \text{A}$, que es la total. Potencias: el generador da $24 \times 4 = 96\ \text{W}$; la resistencia de la serie consume $1,2 \times 4 \times 4 = 19,2\ \text{W}$; la de $8\ \Omega$, $8 \times 2,4 \times 2,4 = 46,08\ \text{W}$; y la de $12\ \Omega$, $12 \times 1,6 \times 1,6 = 30,72\ \text{W}$. Sumando: $19,2 + 46,08 + 30,72 = 96\ \text{W}$.

▲ La rama de menos resistencia se lleva más corriente, y aquí la razón es exacta: $2,4 \div 1,6 = 1,5$, que es $12 \div 8$. Si la razón de las intensidades no es la inversa de la de las resistencias, hay un error.

23

A un nudo llegan 3,6 A por una rama. Del nudo salen 1,25 A por una segunda rama y 0,85 A por una tercera. El resto se marcha por una cuarta, que lleva una resistencia de $16\ \Omega$. (a) Calcula la intensidad de la cuarta rama. (b) Calcula la tensión entre los extremos de esa resistencia. (c) Calcula la potencia que disipa.

Solución

a) Lo que entra es lo que sale: $3,6 = 1,25 + 0,85 + I$. Despejando, $I = 3,6 - 2,1 = \mathbf{1,5\ A}$.

b) Por la ley de Ohm, la tensión es $1,5 \times 16 = \mathbf{24\ V}$.

c) La potencia es la intensidad al cuadrado por la resistencia: $1,5 \times 1,5 \times 16 = \mathbf{36\ W}$.

Comprobación por el otro camino: la potencia también es la tensión por la intensidad, $24 \times 1,5 = 36\ \text{W}$. Coincide. Si los dos caminos no dieran lo mismo, la tensión del apartado b estaría mal.

El motor de corriente continua: par, potencia y rendimiento

Lo que hay que saber

Un motor de corriente continua convierte energía eléctrica en energía de giro. Al girar aparece en su bobinado una tensión que se opone a la de entrada, llamada **fuerza contraelectromotriz**.

La **potencia absorbida** de la red es la tensión por la intensidad. Es lo que se paga, y no es lo que se aprovecha.

Parte de la potencia calienta el **bobinado**: esa pérdida vale intensidad al cuadrado por resistencia. Aquí usamos un modelo que desprecia rozamiento y otras pérdidas. Solo bajo ese supuesto, el resto es potencia mecánica útil.

El **par motor** sale de dividir la potencia mecánica entre la **velocidad angular** del eje, con la velocidad angular en radianes por segundo.

El **rendimiento** del motor es la potencia mecánica dividida entre la absorbida. El balance se comprueba solo: lo que entra es lo que se pierde más lo que sale.

▲ Con el eje frenado no hay giro, así que no hay fuerza contraelectromotriz que limite la corriente. Por eso un motor bloqueado absorbe mucho más que en marcha.

- 24** Un motor de corriente continua funciona a 200 V y absorbe 5 A. La resistencia de su bobinado es de 4 Ω y su eje gira a una velocidad angular de 150 radianes por segundo. (a) Calcula la potencia absorbida. (b) Calcula la potencia perdida en el bobinado y la potencia mecánica. (c) Calcula el par motor y el rendimiento.

Solución

a) La potencia absorbida es la tensión por la intensidad: $200 \times 5 = \mathbf{1.000\ W}$.

b) La pérdida en el bobinado es la intensidad al cuadrado por su resistencia: $5 \times 5 \times 4 = \mathbf{100\ W}$. La potencia mecánica es lo que queda: $1.000 - 100 = \mathbf{900\ W}$.

c) El par es la potencia mecánica dividida entre la velocidad angular: $900 \div 150 = \mathbf{6\ N \times m}$. El rendimiento es $900 \div 1.000 = 0,9$, o sea un **90 %**.

Comprobación: multiplicando el par por la velocidad angular hay que recuperar la potencia mecánica, $6 \times 150 = 900\ W$. De no recuperarla, se habrá dividido entre las vueltas por minuto en lugar de entre los radianes por segundo.

- 25** Un motor tiene un rendimiento del 80 % y entrega 1.200 W de potencia mecánica funcionando a 120 V. (a) Calcula la potencia que absorbe. (b) Calcula la intensidad. (c) Halla la energía consumida durante 2 horas, en kilovatios hora y en julios, sabiendo que un kilovatio hora son 3.600.000 J.

Solución

a) La absorbida sale de dividir la útil entre el rendimiento: $1.200 \div 0,80 = \mathbf{1.500\ W}$.

b) La intensidad es la potencia absorbida dividida entre la tensión: $1.500 \div 120 = \mathbf{12,5\ A}$.

c) En 2 horas consume $1,5 \times 2 = \mathbf{3\ kWh}$, que son $3 \times 3.600.000 = \mathbf{10.800.000\ J}$.

Comprobación: multiplicando la absorbida por el rendimiento hay que recuperar la útil, $1.500 \times 0,80 = 1.200\ W$. Si en vez de dividir se hubiera multiplicado por 0,80, habría salido 960 W, menos que lo que el motor entrega, que es imposible.

Dos motores se comparan en el mismo trabajo. El motor A absorbe 750 W y entrega 600 W. El motor B absorbe 800 W y entrega también 600 W. (a) Halla el rendimiento de los dos motores. (b) Halla la potencia que desperdicia cada uno. (c) Los dos funcionan 5 horas al día durante 20 días: calcula la diferencia de energía consumida y su coste a 0,20 € el kilovatio hora, precio inventado para poder operar.

Solución

- a) El A rinde $600 \div 750 = 0,80$, o sea un **80 %**. El B rinde $600 \div 800 = 0,75$, o sea un **75 %**.
 b) El A pierde $750 - 600 = 150$ W y el B pierde $800 - 600 = 200$ W.
 c) Son $5 \times 20 = 100$ horas de funcionamiento. La diferencia de potencia absorbida es $800 - 750 = 50$ W, o sea 0,05 kW. La diferencia de energía sale $0,05 \times 100 = 5$ kWh. Y eso cuesta $5 \times 0,20 = 1,00$ €. Comprobación por separado: el A consume $0,75 \times 100 = 75$ kWh y el B, $0,80 \times 100 = 80$ kWh. La diferencia es 5 kWh, igual que por el camino corto.

La representación esquematizada de un circuito: los símbolos normalizados

Lo que hay que saber

Un **esquema eléctrico** sustituye cada componente por un **símbolo** normalizado y los une con trazos rectos. Como los símbolos están normalizados, se lee igual en cualquier taller.

El **esquema multifilar** pinta todos los conductores, uno por uno. El **esquema unifilar** resume el conjunto en un solo trazo, con una marca que dice cuántos conductores van por ahí. El primero sirve para montar; el segundo, para entender el reparto de un **cuadro**.

El generador de corriente continua lleva dos trazos paralelos desiguales, y el más largo marca el polo positivo. La resistencia aparece como un rectángulo estrecho por cuyos lados cortos entra y sale el conductor, y la lámpara, como un círculo con un aspa dentro.

El **interruptor** se pinta como un trazo despegado de su contacto, y así queda cortado el paso. El **fusible** lleva un rectángulo recorrido a lo largo por una raya: es el punto previsto para romperse antes que ninguna otra cosa.

Los aparatos de medida son círculos con una letra: la V del voltímetro y la A del amperímetro. Y el sitio no es opcional: el voltímetro se coloca en paralelo con lo que quiere medir y el amperímetro, en serie, dentro del camino de la corriente.

Dos trazos que se cruzan no están unidos. Si lo están, en el cruce se pinta un punto grueso. Ese punto es toda la diferencia entre dos ramas independientes y un empalme.

Los **bornes** de entrada y de salida se numeran. Esa numeración permite montar el circuito sin consultar el esquema a cada paso.

Un esquema bien hecho se recorre de un polo al otro, anotando por orden lo que va apareciendo en el trayecto.

- Este tema **no trae ejercicios**, porque el contenido consiste en trazos y en dónde va cada cosa. Escribir en un enunciado la forma de un símbolo adelantaría la contestación, y encargar que se trace exige quien lo mire. En los demás temas el montaje se cuenta rama a rama, con palabras, y las cuentas salen igual.

La programación textual: la traza de un programa modular

Lo que hay que saber

En **programación textual** el programa se escribe línea a línea. Se edita, se traduce a algo que la máquina entiende y se ejecuta, y en cualquiera de los tres pasos puede aparecer un fallo distinto.

Modularizar es partir el programa en **funciones** con nombre. Cada una recibe unos **parámetros**, hace su trabajo y entrega un **valor devuelto**.

Al ejecutarse, la llamada se sustituye por el valor devuelto en el sitio donde estaba escrita. Eso es lo que permite encadenar una función dentro de otra.

El **ámbito** de una variable es el trozo de programa donde existe. Una variable creada dentro de una función vive solo ahí, y desaparece al terminar.

Hacer la **traza** es recorrer el programa línea a línea apuntando cómo queda cada variable tras cada paso. Es lo que contesta qué va a salir sin llegar a ejecutarlo.

▲ En el pseudocódigo de estos ejercicios los números se pasan por valor. Reasignar el parámetro no cambia la variable del programa principal. Otros lenguajes y tipos de datos pueden funcionar de otra manera.

- 27** Un programa tiene dos funciones. La función **doble** recibe un número y devuelve ese número multiplicado por 2. La función **suma3** recibe tres números y devuelve su suma. El programa principal hace esto: pone n a 5; guarda en p el resultado de **doble** con n ; guarda en q el resultado de **doble** con p ; guarda en r el resultado de **suma3** con n , p y q ; y muestra r . (a) Calcula los valores de p y de q . (b) Calcula el valor de r . (c) Calcula qué mostraría si la tercera línea guardase en q el resultado de **doble** con n .

Solución

a) La llamada se sustituye por lo que devuelve. Con n valiendo 5, $p = 5 \times 2 = 10$. Y con p valiendo 10, $q = 10 \times 2 = 20$.

b) La función **suma3** recibe 5, 10 y 20, de modo que $r = 5 + 10 + 20 = 35$.

c) Con el cambio, $q = 5 \times 2 = 10$, y entonces $r = 5 + 10 + 10 = 25$.

▲ Una pista que avisa: en el programa original cada valor duplica al anterior, de modo que la suma vale 7 veces el primero, $5 \times 7 = 35$. Con el cambio los tres valen 1, 2 y 2 veces el primero, o sea $5 \times 5 = 25$.

- 28** Un programa tiene una función llamada **aumenta** que recibe un número en el parámetro v , ejecuta la línea $v = v + 7$ y devuelve v . El programa principal pone t a 4, guarda en u el resultado de **aumenta** con t , y muestra t y u . (a) Di qué muestra el programa. (b) Explica por qué t sale así. (c) Escribe qué habría que cambiar para que t acabase valiendo 11.

Solución

a) Muestra **t igual a 4 y u igual a 11**.

b) El parámetro v recibe una copia del valor de t . La línea $v = v + 7$ cambia esa copia, que vive solo dentro de la función y desaparece al terminar. La variable t del principal no se entera de nada.

c) Habría que recoger el valor devuelto en la propia t , es decir, escribir t igual al resultado de **aumenta** con t . Entonces t pasaría a valer 11, porque se le asigna lo que la función devuelve.

Comprobación: el valor devuelto y el valor de u coinciden siempre, porque u recibe justo lo que la función entrega. Si la traza diera u distinto de 11, el error estaría en la suma de dentro.

29

Una función llamada total recibe un número n . Pone una variable s a 0 y después, para cada k desde 1 hasta n , ejecuta $s = s + k \times k$. Al acabar devuelve s . El programa principal muestra total con 4 y total con 5. (a) Escribe la traza de total con 4, anotando s al final de cada vuelta. (b) Calcula total con 5. (c) Relaciona los dos resultados.

Solución

a) La traza es esta. Antes de empezar, $s = 0$. Al final de la vuelta con $k = 1$, $s = 0 + 1 = 1$. Con $k = 2$, $s = 1 + 4 = 5$. Con $k = 3$, $s = 5 + 9 = 14$. Y con $k = 4$, $s = 14 + 16 = 30$.

b) La función con 5 hace una vuelta más sobre lo anterior: $s = 30 + 25 = 55$.

c) El segundo resultado es el primero más el cuadrado de 5: $55 = 30 + 25$. Cada llamada añade al resultado anterior el cuadrado del nuevo número.

Comprobación: sumando los cuadrados por separado, $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ y $1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$. Si la traza no coincide con la suma directa, el acumulador se ha puesto a cero dentro del bucle.

Las pruebas, la depuración y el número de operaciones

Lo que hay que saber

Un programa que termina sin quejarse puede estar dando un resultado equivocado. Que no falle y que acierte son dos cosas distintas.

Probar es ejecutar con casos elegidos y comparar la salida con lo que se esperaba, calculado aparte. Sin ese cálculo aparte no hay prueba: hay una ejecución.

Los **casos límite** caen justo en la frontera de lo que el programa decide: el valor menor, el mayor, el caso vacío y los que rozan por dentro y por fuera cada borde.

Depurar es acorralar el fallo: reducir el caso hasta el más pequeño que lo produce y mirar los valores intermedios hasta ver dónde dejan de cuadrar.

Contar **cuántas veces se ejecuta** la línea de dentro del bucle compara dos soluciones sin medir tiempos ni depender de la máquina.

▲ Que un programa acierte en un caso no dice nada de los demás. Por eso los casos se eligen a propósito, y los de la frontera primero.

30

Hay que buscar un dato en una lista ordenada de 1.024 elementos distintos. Un procedimiento lo examina uno a uno. Otro compara con el central y, si no coincide, lo excluye y continúa por la mitad adecuada. Si hay dos centrales elige el de menor posición. Cuenta una comparación por elemento examinado, incluida la última. (a) Halla el peor caso del primero. (b) Halla el peor caso del segundo. (c) Repite para 4.096 elementos.

Solución

a) En el peor caso el dato está al final o no está, de modo que el primer procedimiento hace **1.024 comparaciones**, una por elemento.

b) En el peor recorrido quedan 512 elementos tras la primera comparación; después, 256. Se sigue hasta quedar uno, que también hay que examinar. Son **11 comparaciones**: diez reducciones y la comprobación del último elemento.

c) El recorrido completo del primero necesita **4.096 comparaciones**. La búsqueda por mitades necesita como máximo **13 comparaciones**: doce reducciones y la comparación final.

▲ Al pasar de 1.024 a 4.096 el trabajo del primero se multiplica por 4 y el del segundo solo sube en 2 comparaciones. Esa es la diferencia que se ve contando, sin medir tiempos ni depender de la máquina.

31

Una función tiene que decir si un número está dentro del intervalo que va de 10 a 20, incluidos los dos extremos. Quien la escribió puso la condición mayor que 10 y menor que 20. (a) Di qué contesta la función con 10 y con 20. (b) Explica por qué es un fallo. (c) Propón casos para revisar el interior, los extremos y el exterior del intervalo.

Solución

a) Con 10 contesta que **no**, porque 10 no es mayor que 10. Y con 20 contesta que **no**, porque 20 no es menor que 20.

b) Es un fallo porque el enunciado pedía incluir los dos extremos, y la condición los deja fuera. La función acierta en todo el interior del intervalo, así que probándola solo por dentro parece correcta.

c) Bastan cinco casos bien elegidos: **9, 10, 15, 20 y 21**. El 15 comprueba el interior, y el 9 y el 21, lo que queda fuera. El 10 y el 20 son los casos límite, y son los únicos que delatan el fallo.

Comprobación: los cinco casos tienen que dar no, sí, sí, sí y no. Con la condición equivocada dan no, no, sí, no y no, y las dos diferencias señalan exactamente los extremos.

Los sistemas de control: la ganancia y el error en régimen permanente

Lo que hay que saber

Un sistema de control tiene una **consigna**, que fija el valor buscado, y una salida, que es el valor real. Y tiene además un elemento que actúa sobre el proceso.

En **lazo abierto** se actúa sin mirar la salida. En **lazo cerrado** se mide la salida y se resta de la consigna, y esa diferencia es el **error**.

La **ganancia** del regulador multiplica el error para decidir cuánto actuar. Y el proceso tiene a su vez su propia ganancia.

Cuando el sistema se estabiliza está en **régimen permanente**. Usamos un modelo lineal estable, con regulador proporcional y realimentación unitaria. Sin perturbaciones, su salida es la consigna por $K \times G$ dividida entre $1 + K \times G$. Estas fórmulas no describen cualquier regulador.

El error que queda es la consigna dividida entre $1 + K \times G$. Subir la ganancia lo reduce, pero por mucho que se suba no llega a cero: se acerca.

▲ En lazo abierto una perturbación no se corrige sola, porque nadie está mirando la salida. Esa es la diferencia de fondo entre los dos montajes, y no el número de componentes.

32

Un horno se representa con el modelo proporcional ideal del recuadro, sin perturbaciones. Las temperaturas son incrementos respecto a una referencia fija. El producto de la ganancia del regulador por la del proceso vale 9 y la consigna es de 100 °C. (a) Calcula la temperatura en régimen permanente. (b) Calcula el error que queda. (c) Repite las dos cuentas si ese producto pasa a valer 19.

Solución

a) La salida es la consigna multiplicada por el producto de ganancias y dividida entre 1 más ese producto: $100 \times 9 \div 10 = 90$ °C.

b) El error es lo que falta para la consigna: $100 - 90 = 10$ °C. También sale directamente como $100 \div 10$.

c) Con el producto valiendo 19, la salida es $100 \times 19 \div 20 = 95$ °C y el error, $100 - 95 = 5$ °C.

Comprobación: en los dos casos la salida y el error tienen que reconstruir la consigna, $90 + 10 = 100$ y $95 + 5 = 100$. Si no la reconstruyen, alguna de las dos operaciones falla.

33

Un proceso tiene una ganancia de 3 y se regula en lazo cerrado con un regulador de ganancia K. El error en régimen permanente es la consigna dividida entre 1 más el producto de las dos ganancias. (a) Calcula el error, en tanto por ciento de la consigna, con K igual a 3. (b) Calcula ese mismo porcentaje con K igual a 8. (c) Halla el menor valor entero de K con el que el error no pase del 2 % de la consigna.

Solución

a) Con K igual a 3, el producto de ganancias es $3 \times 3 = 9$ y el error relativo es $1 \div 10 = 0,1$, o sea un **10 %**.

b) Con K igual a 8, el producto es 24 y el error relativo es $1 \div 25 = 0,04$, o sea un **4 %**.

c) Se pide que 1 dividido entre $1 + 3 \times K$ no pase de 0,02. Eso equivale a que $1 + 3 \times K$ valga al menos 50, o sea, $3 \times K$ al menos 49. Con K igual a 16 sale $1 + 48 = 49$ y el error es $1 \div 49$, que pasa del 2 %. Con K igual a 17 sale $1 + 51 = 52$ y el error es $1 \div 52$, que ya no llega al 2 %. El menor valor entero es **17**.

▲ Para pasar del 10 % al 4 % bastó con subir K de 3 a 8, y para llegar al 2 % hizo falta 17. Subir la ganancia reduce el error cada vez menos, y nunca lo lleva a cero.

34

Un lazo de control de velocidad trabaja con una consigna de 240 vueltas por minuto. (a) Halla la velocidad de régimen permanente y el error cuando el producto de ganancias vale 5. (b) Halla esas dos cosas con el producto en 11. (c) Halla cuánto tendría que valer ese producto para dejar el error en 10 vueltas por minuto.

Solución

a) La salida es $240 \times 5 \div 6 = \mathbf{200 \text{ vueltas por minuto}}$, y el error, $240 - 200 = \mathbf{40 \text{ vueltas por minuto}}$.

b) Con 11: la salida es $240 \times 11 \div 12 = \mathbf{220 \text{ vueltas por minuto}}$ y el error, $240 - 220 = \mathbf{20 \text{ vueltas por minuto}}$.

c) El error es la consigna dividida entre 1 más el producto. Así, $240 \div (1 + \text{producto}) = 10$, de donde $1 + \text{producto} = 24$ y el producto vale **23**.

Comprobación: con 23 la salida sería $240 \times 23 \div 24 = 230$ vueltas por minuto, que deja justo los 10 de error pedidos.

La supervisión y la telemetría: el muestreo y el volumen de datos

Lo que hay que saber

Un sistema de **supervisión** recoge cada cierto tiempo las medidas de los sensores. Después las guarda y las presenta a quien vigila la instalación.

El **periodo de muestreo** es el tiempo entre dos medidas seguidas. Su inverso es el número de medidas por segundo que se toman de cada **canal**.

El volumen que se guarda sale de multiplicar tres cosas: las medidas por segundo, los bytes que ocupa cada medida y el número de canales.

La **telemetría** envía esas medidas por un enlace, y el enlace tiene un límite en bits por segundo. Para compararlo con el volumen hay que pasar bytes a bits, o al revés.

Muestrear más deprisa da más detalle y ocupa más sitio. La elección depende de lo deprisa que cambie de verdad la magnitud medida.

▲ Guardar más medidas no es medir mejor. Si el sensor tarda en responder, las medidas de más repiten lo que ya se sabía.

35

Una instalación se vigila con 12 canales de medida. De cada canal se toma una medida cada 250 ms y cada medida ocupa 4 bytes. (a) Calcula las medidas por segundo de cada canal. (b) Calcula los bytes por segundo que se guardan en total. (c) Calcula los bytes guardados en una hora, y exprésalos en megabytes tomando 1 megabyte como 1.000.000 de bytes.

Solución

- a) El periodo de muestreo es de 250 ms, o sea 0,25 s. Las medidas por segundo son $1 \div 0,25 = 4$ **medidas por segundo** en cada canal.
- b) Se multiplican las tres cosas: 4 medidas por segundo, por 4 bytes cada una, por 12 canales: $4 \times 4 \times 12 = 192$ **bytes por segundo**.
- c) Una hora son 3.600 s. Se guardan $192 \times 3.600 = 691.200$ **bytes**, o sea $691.200 \div 1.000.000 = 0,6912$ **megabytes**.
- Comprobación: cada canal genera $4 \times 4 = 16$ bytes por segundo, y $16 \times 12 = 192$. Si el resultado saliera 12 veces mayor o menor, el número de canales se habría contado dos veces o ninguna.

36

De una instalación salen 192 bytes por segundo de medidas, que se envían por un enlace de 64 kbit/s, velocidad inventada para poder operar. Cada byte son 8 bits. (a) Calcula los bytes por segundo que caben por el enlace. (b) Calcula cuántos paquetes de 40 bytes caben en un segundo. (c) Calcula qué parte del enlace ocupan 192 bytes por segundo.

Solución

- a) El enlace lleva 64.000 bits por segundo, que entre 8 bits por byte dan $64.000 \div 8 = 8.000$ **bytes por segundo**.
- b) Con paquetes de 40 bytes caben $8.000 \div 40 = 200$ **paquetes por segundo**.
- c) La ocupación es $192 \div 8.000 = 0,024$, es decir, un **2,4 % del enlace**.
- ▲ Los bits y los bytes se mezclan con facilidad, y el error es de ocho veces en un sentido o en otro. La pista que avisa: un resultado en bytes por segundo tiene que salir menor que el mismo dato en bits por segundo, nunca mayor.

La robótica: el movimiento de un robot de dos ruedas

Lo que hay que saber

Un robot de dos ruedas motrices se mueve por la diferencia entre ellas. Con las dos a la misma velocidad avanza recto; con velocidades distintas, describe una curva.

Lo que avanza una rueda en cada vuelta es el **contorno** de la rueda. En estos ejercicios el contorno va dado, para no arrastrar decimales que no acaban.

La velocidad de una **rueda motriz** sale de multiplicar sus vueltas por minuto por el contorno. Y la del conjunto resulta de **promediar** las de sus dos ruedas.

El **radio de la curva** parte de la mitad de la separación entre ruedas. Esa mitad se multiplica por el cociente entre la suma y la diferencia de las dos velocidades.

Si las dos ruedas giran a la misma velocidad y en sentidos contrarios, la suma es cero: el robot gira sobre sí mismo sin avanzar nada.

▲ Cuanto más parecidas son las dos velocidades, mayor es el radio. Y cuando la diferencia es cero no hay curva que calcular, porque el camino es recto.

37

Un robot tiene dos ruedas motrices cuyo contorno mide 200 mm. Las dos giran a 90 vueltas por minuto. (a) Halla el avance que corresponde a cada vuelta de rueda. (b) Halla su velocidad en milímetros por minuto y en milímetros por segundo. (c) Halla el tiempo que necesita para recorrer 3 m.

Solución

a) Cada vuelta hace avanzar la rueda su contorno, o sea **200 mm**. Yendo las dos igual, el conjunto se desplaza esa misma distancia y en línea recta.

b) La velocidad es $90 \times 200 = \mathbf{18.000 \text{ mm por minuto}}$. Repartida entre los 60 s de un minuto, $18.000 \div 60 = \mathbf{300 \text{ mm por segundo}}$.

c) Tres metros son 3.000 mm, así que tarda $3.000 \div 300 = \mathbf{10 \text{ s}}$.

Comprobación: en 10 s a 90 vueltas por minuto la rueda da $90 \times 10 \div 60 = 15$ vueltas, y $15 \times 200 = 3.000$ mm. Coincide con el recorrido pedido.

38

Un robot de dos ruedas motrices las tiene de 200 mm de contorno y separadas 300 mm. La izquierda gira a 80 vueltas por minuto y la derecha, a 120. (a) Calcula la velocidad de cada rueda en milímetros por minuto. (b) Calcula la velocidad del robot. (c) Calcula el radio de la curva que describe.

Solución

a) La izquierda va a $80 \times 200 = \mathbf{16.000 \text{ mm por minuto}}$ y la derecha, a $120 \times 200 = \mathbf{24.000 \text{ mm por minuto}}$.

b) La del conjunto resulta de promediarlas: $(16.000 + 24.000) \div 2 = \mathbf{20.000 \text{ mm por minuto}}$.

c) El radio es la mitad de la separación por el cociente entre la suma y la diferencia de las velocidades: $150 \times 40.000 \div 8.000 = \mathbf{750 \text{ mm}}$.

▲ La curva se cierra hacia el lado de la rueda lenta, que aquí es la izquierda. Si las dos ruedas fueran igual de rápidas la diferencia sería cero y no habría radio que calcular, porque el camino sería recto.

39

Otro robot lleva ruedas de 200 mm de contorno, con 300 mm entre una y otra. Se quiere que describa una curva de 600 mm de radio a una velocidad media de 18.000 mm por minuto. (a) Calcula la diferencia que tiene que haber entre las velocidades de las dos ruedas. (b) Calcula la velocidad de cada rueda. (c) Expresa esas dos velocidades en vueltas por minuto.

Solución

a) De la relación del radio se despeja la diferencia: es la mitad de la separación por la suma de las velocidades y dividido entre el radio. La suma vale el doble de la media, 36.000 mm por minuto. La diferencia es entonces $150 \times 36.000 \div 600 = \mathbf{9.000 \text{ mm por minuto}}$.

b) La suma vale 36.000 y la diferencia, 9.000. La rueda rápida va a $(36.000 + 9.000) \div 2 = \mathbf{22.500 \text{ mm por minuto}}$. Y la lenta, a $(36.000 - 9.000) \div 2 = \mathbf{13.500 \text{ mm por minuto}}$.

c) Dividiendo entre el contorno: $22.500 \div 200 = \mathbf{112,5 \text{ vueltas por minuto}}$ y $13.500 \div 200 = \mathbf{67,5 \text{ vueltas por minuto}}$.

Comprobación: con esas dos velocidades el radio sale $150 \times 36.000 \div 9.000 = 600$ mm, el pedido. Y la media es $(22.500 + 13.500) \div 2 = 18.000$ mm por minuto, también la pedida.

Los sistemas de generación eléctrica y su rendimiento

Lo que hay que saber

Una instalación de generación convierte una energía de partida en energía eléctrica, y lo hace por pasos. En cada paso se queda una parte por el camino.

El **rendimiento** de un paso compara, dividiendo, lo que de él sale con lo que había recibido. Y el de la cadena entera es el **producto** de los rendimientos de sus pasos.

Se puede trabajar con potencias o con energías, pero sin mezclar: la entrada y la salida han de estar medidas en la misma magnitud.

La energía eléctrica se mide en **kilovatios hora**. Un kilovatio hora son mil vatios durante tres mil seiscientos segundos, o sea 3.600.000 julios.

Una fuente es **renovable** cuando se repone al ritmo con que se consume. Ahí está la diferencia, y no en el rendimiento: hay renovables que rinden poco y fuentes agotables que rinden mucho.

▲ Un rendimiento alto no significa energía barata ni limpia. Es un cociente entre dos cantidades de energía, y calla sobre el precio y sobre lo que se haya emitido al producirla.

- 40** Una instalación de generación recibe 5.000 kW de potencia de partida y entrega 1.800 kW eléctricos. (a) Calcula su rendimiento, en tanto por ciento. (b) Calcula la potencia que se queda por el camino. (c) Calcula la energía eléctrica producida en 8 horas, en kilovatios hora y en julios, sabiendo que un kilovatio hora son 3.600.000 J.

Solución

a) El rendimiento es lo que sale dividido entre lo que entra: $1.800 \div 5.000 = 0,36$, o sea un **36 %**.

b) La potencia perdida es la diferencia: $5.000 - 1.800 = \mathbf{3.200 \text{ kW}}$.

c) En 8 horas produce $1.800 \times 8 = \mathbf{14.400 \text{ kWh}}$, que son $14.400 \times 3.600.000 = \mathbf{51.840.000.000 \text{ J}}$.

Comprobación: la potencia perdida entre la de partida es $3.200 \div 5.000 = 0,64$, y $0,36 + 0,64 = 1$. Lo que sale y lo que se pierde tienen que repartirse todo lo que entra.

- 41** Una cadena de conversión tiene tres pasos, con rendimientos del 40 %, del 95 % y del 98 %. (a) Calcula el rendimiento total, en tanto por ciento. (b) Calcula la potencia de partida necesaria para obtener 3.724 kW eléctricos. (c) Calcula la potencia perdida en cada paso y comprueba la suma.

Solución

a) Los rendimientos se multiplican: $0,40 \times 0,95 \times 0,98 = 0,3724$, o sea un **37,24 %**.

b) La potencia de partida es la de salida dividida entre el rendimiento total: $3.724 \div 0,3724 = \mathbf{10.000 \text{ kW}}$.

c) El primer paso deja $10.000 \times 0,40 = 4.000 \text{ kW}$ y pierde **6.000 kW**. El segundo deja $4.000 \times 0,95 = 3.800 \text{ kW}$ y pierde **200 kW**. El tercero deja $3.800 \times 0,98 = 3.724 \text{ kW}$ y pierde **76 kW**. Las pérdidas suman $6.000 + 200 + 76 = 6.276 \text{ kW}$, y $10.000 - 3.724 = 6.276 \text{ kW}$.

▲ Sumar los rendimientos o hacer su media no vale: promediando 40, 95 y 98 saldría más del doble del 37,24 real. El paso peor manda mucho más de lo que parece.

42

Se comparan dos instalaciones. La primera parte de 2.000 kW con un rendimiento del 34 %. La segunda parte de 1.500 kW con un rendimiento del 42 %. (a) Calcula la potencia eléctrica de cada una. (b) Di cuál rinde más y cuál produce más. (c) Calcula la energía anual de cada una si funcionan 2.000 horas al año.

Solución

a) La primera da $2.000 \times 0,34 = \mathbf{680 \text{ kW}}$ y la segunda, $1.500 \times 0,42 = \mathbf{630 \text{ kW}}$.

b) Rinde más la **segunda**, con un 42 % frente a un 34 %. Produce más la **primera**, con 680 kW frente a 630 kW, porque parte de bastante más potencia.

c) La primera produce $680 \times 2.000 = \mathbf{1.360.000 \text{ kWh}}$ al año y la segunda, $630 \times 2.000 = \mathbf{1.260.000 \text{ kWh}}$.

Comprobación: las potencias se distancian en $680 - 630 = 50 \text{ kW}$. En 2.000 horas eso son $50 \times 2.000 = 100.000 \text{ kWh}$, la misma distancia que hay entre las dos energías anuales.

El consumo y el coste de la energía en una vivienda

Lo que hay que saber

En estos ejercicios usamos una factura simplificada: sumamos potencia y energía. Dejamos fuera impuestos, alquiler de equipos y otros conceptos. El resultado será el importe de este modelo, no una factura real completa.

El **término de potencia** se paga por la **potencia contratada** y por los días del periodo, se encienda o no se encienda nada. Es un coste fijo.

El **término de energía** se paga por los kilovatios hora consumidos. Y la energía de un receptor sale de su potencia por las horas que esté funcionando.

La potencia contratada tiene que cubrir lo que se enciende **a la vez**, y no el total de aparatos que haya en la vivienda. Por eso se calcula sumando los que coinciden encendidos.

Para comparar dos tarifas hay que calcular sus dos partes sobre un mismo consumo. Aquella con la energía más barata y el término fijo más caro solo gana por encima de cierta cantidad.

▲ El precio de la energía depende del momento y del contrato firmado. El de esta página va inventado, y así se advierte en cada enunciado, para que las cuentas se puedan seguir sin caducar.

43

Una vivienda tiene 4,6 kW de potencia contratada y consume 260 kWh en un mes de 30 días. El término de potencia se paga a 0,10 € por kilovatio y día, y el de energía a 0,22 € el kilovatio hora. Los dos precios están inventados para poder operar. (a) Calcula el término de potencia del mes. (b) Calcula el término de energía. (c) Calcula el importe total.

Solución

a) El término de potencia son los kilovatios contratados por el precio y por los días: $4,6 \times 0,10 \times 30 = \mathbf{13,80 \text{ €}}$.

b) El término de energía son los kilovatios hora por su precio: $260 \times 0,22 = \mathbf{57,20 \text{ €}}$.

c) Sumando las dos partes: $13,80 + 57,20 = \mathbf{71,00 \text{ €}}$.

▲ El término de potencia se paga aunque la vivienda esté vacía el mes entero. Con 0 kWh consumidos, la factura de este ejemplo seguiría siendo de 13,80 €.

44

Se comparan dos tarifas para una vivienda con 5 kW contratados que consume 300 kWh en un mes de 30 días. La primera cobra 0,12 € por kilovatio y día y 0,18 € el kilovatio hora. La segunda cobra 0,06 € por kilovatio y día y 0,24 € el kilovatio hora. Los cuatro precios están inventados. (a) Calcula el importe con cada tarifa. (b) Di cuál conviene. (c) Halla el consumo mensual para el que las dos cuestan lo mismo.

Solución

a) Con la primera: $5 \times 0,12 \times 30 = 18$ € de potencia y $300 \times 0,18 = 54$ € de energía, en total **72 €**.

Con la segunda: $5 \times 0,06 \times 30 = 9$ € de potencia y $300 \times 0,24 = 72$ € de energía, en total **81 €**.

b) Conviene la **primera**, que sale 9 € más barata con ese consumo.

c) Igualando los dos importes con un consumo E: $18 + 0,18 \times E = 9 + 0,24 \times E$. Restando, $9 = 0,06 \times E$, de donde $E = \mathbf{150 \text{ kWh}}$.

Comprobación: con 150 kWh la primera cuesta $18 + 27 = 45$ € y la segunda, $9 + 36 = 45$ €. Por debajo de ese consumo gana la segunda, con su término de potencia más barato.

45

En una vivienda hay tres receptores: uno de 2.000 W, otro de 1.200 W y otro de 900 W. (a) Calcula la potencia necesaria si se encienden los tres a la vez, en kilovatios. (b) La potencia contratada es de 3,45 kW: di qué receptor basta con apagar. (c) Calcula la energía de los tres funcionando 2 horas y su coste a 0,25 € el kilovatio hora, precio inventado para poder operar.

Solución

a) La suma es $2.000 + 1.200 + 900 = 4.100$ W, es decir, **4,1 kW**.

b) Con 3,45 kW contratados sobran $4,1 - 3,45 = 0,65$ kW. Apagando el de 900 W quedan $4,1 - 0,9 = \mathbf{3,2 \text{ kW}}$, que ya caben. También sirven el de 1.200 W o el de 2.000 W: apagar cualquiera basta. El de 900 W es el de menor potencia que resuelve el exceso.

c) Los tres juntos en 2 horas consumen $4,1 \times 2 = \mathbf{8,2 \text{ kWh}}$, que cuestan $8,2 \times 0,25 = \mathbf{2,05 \text{ €}}$.

Comprobación receptor a receptor: $2 \times 2 + 1,2 \times 2 + 0,9 \times 2 = 4 + 2,4 + 1,8 = 8,2$ kWh. Coincide con el cálculo conjunto.

Las energías renovables y la eficiencia de la envolvente

Lo que hay que saber

Una instalación fotovoltaica se describe por su **potencia pico**. Es la que daría en unas condiciones de referencia fijadas de antemano, y no la que da a cualquier hora.

Para estimar lo que produce en un día se multiplica la potencia pico por las **horas equivalentes de sol** del lugar. Ese número depende del sitio y va dado en el enunciado.

El autoconsumo es la energía solar usada en la vivienda. Evita comprar esa cantidad a la red. El excedente puede tener valor si existe compensación o venta. Aquí solo calculamos el ahorro del consumo propio y no valoramos excedentes.

Por la **envolvente** de la vivienda, formada por muros, ventanas y cubierta, se escapa calor. La **transmitancia** de un cerramiento indica los vatios que lo atraviesan en cada metro cuadrado cuando dentro y fuera hay un grado de diferencia.

La pérdida de cada cerramiento sale de multiplicar tres cosas: su transmitancia, los metros cuadrados que ocupa y los grados de salto térmico. Sumando las de todos los cerramientos se obtiene la de la envolvente completa, y aislar uno rebaja su sumando.

▲ Para valorar una ampliación hay que separar consumo propio y excedentes. Hace falta conocer cuándo se usa la energía y qué valor tendría la sobrante.

46

Una vivienda instala 3 kW pico de potencia fotovoltaica. El lugar tiene 4,5 horas equivalentes de sol al día, supuesto inventado para el ejercicio; se desprecian otras pérdidas. (a) Calcula la producción de un día. (b) Calcula la producción de 30 días. (c) El autoconsumo representa el 60 % de lo producido. Cada kilovatio hora que se deja de comprar vale 0,25 €, precio inventado para poder operar: halla el ahorro del mes.

Solución

a) La producción diaria es la potencia pico por las horas equivalentes: $3 \times 4,5 = \mathbf{13,5 \text{ kWh al día}}$.

b) En 30 días: $13,5 \times 30 = \mathbf{405 \text{ kWh}}$.

c) Se autoconsume $405 \times 0,60 = 243 \text{ kWh}$, que son los que no hay que comprar. El ahorro es $243 \times 0,25 = \mathbf{60,75 \text{ €}}$.

▲ Los 162 kWh restantes son excedentes. Este ejercicio no les asigna ingresos ni compensación. Su valor real exigiría otros datos, que aquí no se han dado.

47

La envolvente de una vivienda tiene tres cerramientos. El muro ocupa 80 m^2 y su transmitancia vale 1,2 vatios por metro cuadrado y grado. Las ventanas ocupan 16 m^2 con 2,5. Y la cubierta, 80 m^2 con 0,8. Entre el interior y el exterior hay 20 grados de salto. Los tres valores de transmitancia están inventados. (a) Halla lo que escapa por cada cerramiento. (b) Halla la pérdida de la envolvente entera. (c) Halla qué parte de esa pérdida se va por las ventanas.

Solución

a) A cada cerramiento se le aplican sus metros cuadrados, su transmitancia y los 20 grados de salto. Muro: $1,2 \times 80 \times 20 = \mathbf{1.920 \text{ W}}$. Ventanas: $2,5 \times 16 \times 20 = \mathbf{800 \text{ W}}$. Cubierta: $0,8 \times 80 \times 20 = \mathbf{1.280 \text{ W}}$.

b) La envolvente pierde la suma de los tres: $1.920 + 800 + 1.280 = \mathbf{4.000 \text{ W}}$.

c) Por las ventanas se marcha $800 \div 4.000 = 0,2$, es decir, **la quinta parte** del calor que escapa.

▲ Las ventanas son 16 de los 176 m^2 de envolvente, una de cada once partes de la superficie. Y se llevan la quinta parte de la pérdida. Comparar superficie con pérdida es lo que señala por dónde conviene empezar.

48

Una envolvente pierde 4.000 W repartidos así: 1.920 W por un muro de 80 m^2 , 800 W por 16 m^2 de ventanas y 1.280 W por una cubierta de 80 m^2 , con 20 grados de salto. Se estudian dos obras. La primera aísla el muro y rebaja su transmitancia desde 1,2 hasta 0,3. La segunda cambia las ventanas y rebaja la suya desde 2,5 hasta 1. (a) Halla la pérdida total tras la primera obra y lo que ahorra. (b) Halla lo mismo para la segunda. (c) La calefacción funciona 1.200 horas al año. Halla la energía que ahorra la primera obra y lo que vale a 0,15 € el kilovatio hora, precio inventado para poder operar.

Solución

a) Con el muro aislado escapan por él $0,3 \times 80 \times 20 = 480 \text{ W}$, así que la envolvente pierde $480 + 800 + 1.280 = \mathbf{2.560 \text{ W}}$. La obra ahorra $4.000 - 2.560 = \mathbf{1.440 \text{ W}}$.

b) Con las ventanas cambiadas escapan por ellas $1 \times 16 \times 20 = 320 \text{ W}$, y la envolvente pierde $1.920 + 320 + 1.280 = \mathbf{3.520 \text{ W}}$. El ahorro es $4.000 - 3.520 = \mathbf{480 \text{ W}}$.

c) Los 1.440 W son 1,44 kW, que en 1.200 horas dan $1,44 \times 1.200 = \mathbf{1.728 \text{ kWh}}$. A 0,15 € cada uno salen $1.728 \times 0,15 = \mathbf{259,20 \text{ €}}$.

Comprobación por otro camino: el ahorro de cada obra se obtiene sin pasar por el total, usando solo la bajada de transmitancia. El muro baja 0,9 y ahorra $0,9 \times 80 \times 20 = 1.440 \text{ W}$; las ventanas bajan 1,5 y ahorran $1,5 \times 16 \times 20 = 480 \text{ W}$. Coincide con los dos apartados.